Le « jeu de Fort Boyard »

- Deux joueurs et un tas de pions
- Chaque joueur à son tour prend 1,2 ou 3 pions
- Celui qui prend le dernier pion a perdu
- On analyse ce jeu en supposant que les deux joueurs jouent aussi bien que possible

Analyse du jeu

- Deux types de situations :
  - P : on est devant un multiple de 4 plus 1 (4n+1) pions.
  - G : toute les autres situations
- Si on est devant une situation G, on gagne à coup sûr
  - La stratégie est de mettre son adversaire en situation P (ce qui est toujours possible)
  - L'adversaire qui est devant une situation P n'a d'autre choix que de vous remettre devant une situation G

Variante du jeu précédent

- Mêmes règles, mais celui qui ne peut plus jouer (c'est à dire qui se retrouve devant 0 pions) a perdu
- Exemple : vous êtes devant 23 pions.
  - Est-ce que vous commencez ou vous me laissez la main ?
  - Quelle est votre stratégie ?
- En général, ce type de règle, où on a perdu quand on ne peut plus jouer est plus facile à analyser

Encore une variante

- Deux joueurs et un tas de pions
- Chaque joueur à son tour prend 1, 2, 3 ou 4 pions
- Celui qui ne peut plus jouer a perdu
- Quelle est la stratégie ?

Une autre variante

- Deux joueurs et un tas de pions
- Chaque joueur à son tour prend 2 ou 3 pions
- Celui qui ne peut plus jouer a perdu
- Quelle est la stratégie ?

Le type de jeux considérés

- Jeu de réflexion pure : pas d'intervention du hasard
- Jeu impartial : les deux joueurs ont exactement les mêmes possibilités d'action
- Toutes les parties sont finies
- Une partie se termine nécessairement par la victoire d'un des deux joueurs
- **Question :** est-ce que jeu de morpion, ou le jeu des échecs vérifient ces exigences ?

Structure générale de ces jeux

- Représentation par un graphe
  - Chaque situation correspond à un sommet du graphe
  - Une flèche du sommet A vers le sommet B signifie qu'on peut passer en un coup de A à B
- Exemple : tracer les graphes correspondant aux jeux précédents
- Les sommets terminaux du graphe (c.à.d. dont il ne part aucune flèche) correspondent à des situations où on a perdu.
- Il faut que ce graphe vérifie une propriété : tout chemin partant d'un sommet est fini. Sinon, il y aurait des parties qui ne se termineraient jamais !

Situations perdantes et gagnantes

- On peut répartir les sommets du graphe d'un jeu combinatoire en deux classes P et G de telle façon que
  - À partir d'un sommet x de P, soit il ne part aucune flèche, soit les flèches partant de x aboutissent dans G
  - À partir d'un sommet de G, il existe au moins une flèche aboutissant dans P
- Exemple : dans les graphes précédents, déterminer les deux classes P et G

Situations perdantes et gagnantes : reformulation

- Dans un jeu combinatoire, il y a deux type de situations : gagnantes ou perdantes
  - Si on est devant une situation perdante, soit on a perdu directement, soit, <u>quoiqu'on fasse</u>, on laisse son adversaire dans une situation gagnante.
  - Si on est devant une situation gagnante, <u>il existe toujours au moins un</u> mouvement qui met notre adversaire dans une situation perdante.
- Essayons maintenant de déterminer les positions gagnantes et perdantes pour certains jeux

Jeu de nim limité à plusieurs tas

- Deux joueurs, et des pions, répartis en plusieurs tas distincts
- À tour de rôle, chaque joueur choisit un tas, et prend 1, 2 ou 3 pions dans ce tas
- Celui qui ne peut plus jouer a perdu

Étudier différents cas, en commençant par deux tas, pour décrire entièrement les situations gagnantes et perdantes, et définir une stratégie de jeu.

Jeu de nim limité à plusieurs tas

- Deux joueurs, et des pions, répartis en plusieurs tas distincts
- À tour de rôle, chaque joueur choisit un tas, et prend 1, 2 ou 3 pions dans ce tas
- Celui qui ne peut plus jouer a perdu

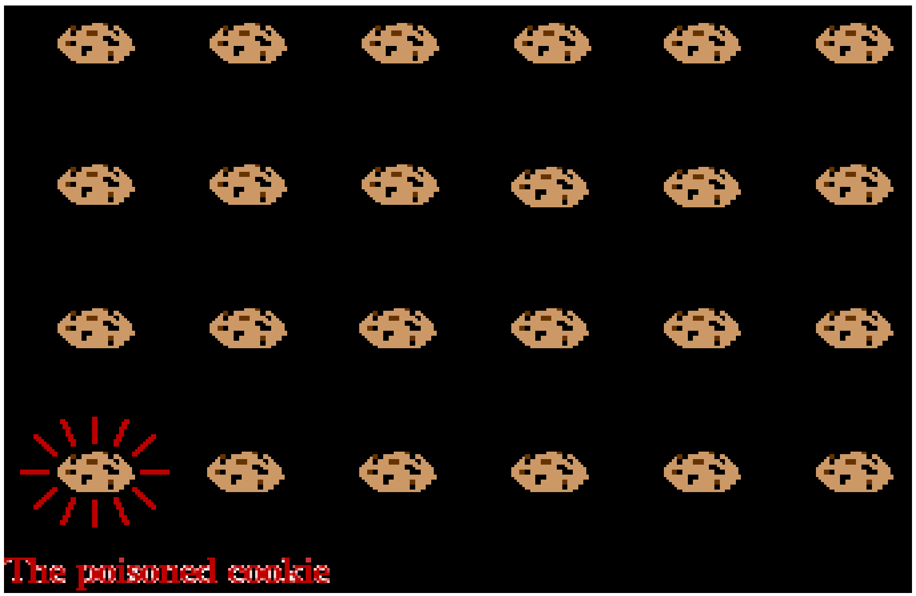
Étudier différents cas, en commençant par deux tas, pour décrire entièrement les situations gagnantes et perdantes, et définir une stratégie de jeu.

Jeu de nim non limité à plusieurs tas

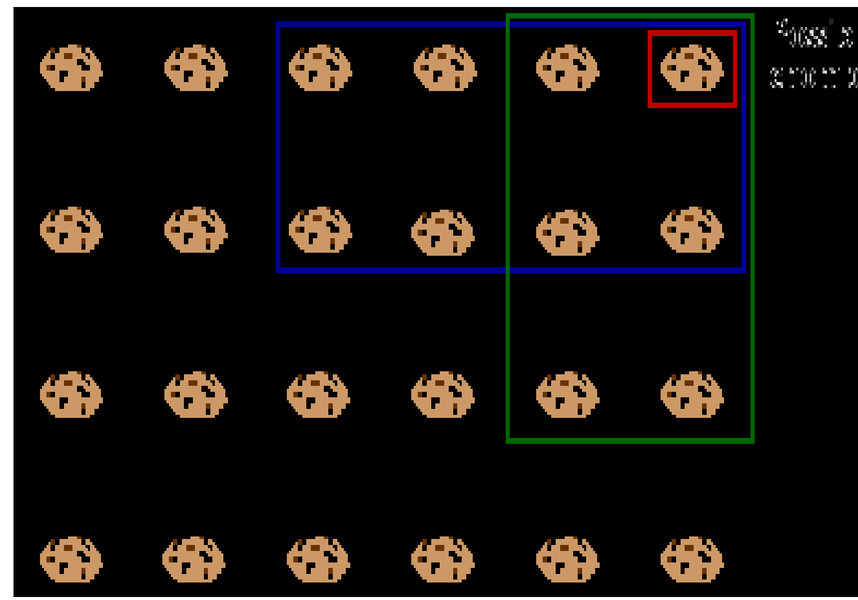
- Deux joueurs, et des pions, répartis en plusieurs tas distincts
- À tour de rôle, chaque joueur choisit un tas, et prend autant de pions qu'il le souhaite (au moins 1) dans ce tas
- Celui qui ne peut plus jouer a perdu

On verra que la solution est basée sur la traduction en base 2 des nombres de pions de chacun des tas...

Le jeu de Chomp



Situation initiale



Différentes prises possibles

Si on part d'une situation rectangulaire, on peut montrer que le premier joueur est toujours dans une position gagnante.