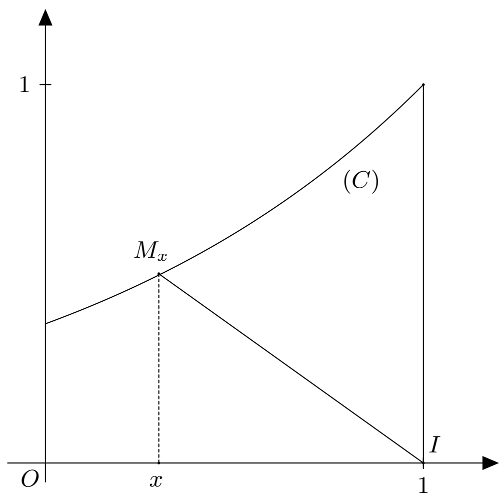
Dossier du 27 juin 2009

Thème : Intégration

1. L'exercice proposé au candidat

Soit f une fonction dérivable, strictement positive et strictement croissante sur $[0,1]$ et (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'origine O. On note I le point de coordonnées $(1,0)$ et on note Δ la portion du plan comprise entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$. Le but de l'exercice est de prouver l'existence d'un unique réel α appartenant à l'intervalle $[0,1]$ tel que, si A est le point de (C) d'abscisse α, le segment $[IA]$ partage Δ en deux parties de même aire.



Pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0,1]$, on note M_x le point de coordonnées $\big(x, f(x)\big)$. On désigne par g la fonction qui à tout réel $x \in [0,1]$ associe l'aire du domaine limité par la droite (IM_x), l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la courbe (C).

1) Pour tout x appartenant à l'intervalle $[0,1]$, exprimer $g(x)$ en fonction de x.
2) Étudier les variations de la fonction g sur $[0,1]$.
3) a) Par des considérations d'aires, montrer que $g(0) < \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t$.
   b) Démontrer qu'il existe un unique réel $\alpha \in [0,1]$ tel que $g(\alpha)$ soit égal à la moitié de l'aire de Δ.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse à la question 3) de l'exercice ;

◇ un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Intégration** ».

Le candidat présentera au jury :

– le contenu de ses fiches ;

– les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

Dossier du 28 juin 2009

Thème : Géométrie dans l'espace

1. L'exercice proposé au candidat

L'espace est rapporté à une repère orthonormal $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

1) Déterminer une équation du plan (P) passant par le point $A(1, 0, 1)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$.

2) Soit (P') le plan d'équation $x + 2y - z + 1 = 0$ et M le point de coordonnées $(0, 1, 1)$.
   a) Montrer que (P) et (P') sont perpendiculaires.
   b) Calculer les distances d et d' du point M respectivement aux plans (P) et (P').

3) a) Donner une représentation paramétrique de la droite (D), intersection des plans (P) et (P').
   b) Déterminer les coordonnées du point H de (D) tel que la droite (MH) soit perpendiculaire à (D).
   c) Vérifier que $MH^2 = d^2 + d'^2$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse aux questions 3)a) et 3)b) ;

◇ deux exercices se rapportant au thème « **Géométrie dans l'espace** » dont un au moins ne fait pas appel à la géométrie analytique.

Le candidat présentera au jury :

– le contenu de ses fiches ;

– les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

Dossier du 29 juin 2009

Thème : Outils
Les transformations

1. L'exercice proposé au candidat

On considère dans le plan trois droites parallèles et distinctes (D_1), (D_2) et (D_3). Une droite (Δ) coupe (D_1), (D_2) et (D_3) respectivement en A, B et C. Soit N un point de (D_2) distinct de B. La parallèle à (NC) passant par B coupe (D_1) en M. La parallèle à (NA) passant par B coupe (D_3) en P.

1) Soit h l'homothétie de centre A qui transforme B en C. Construire les points M' et N' images respectives de M et N par l'homothétie h.
2) En déduire les images de M et N par la transformation $f = t_{\overrightarrow{NB}} \circ h$.
3) Montrer que les points M, N et P sont alignés.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse à la question 1) de l'exercice ;

◇ un ou plusieurs exercices utilisant les transformations comme outil.

Le candidat présentera au jury :

– les méthodes et les savoir-faire mis en jeu ainsi que les objectifs d'apprentissage visés dans cet exercice ;

– le contenu de ses fiches.

Dossier du 30 juin 2009

Thème : Arithmétique

1. L'exercice proposé au candidat

Les nombres 1, 11, 111, 1111, etc. sont des nombres que l'on appelle *rep-units* (répétition de l'unité). Ils ne s'écrivent qu'avec des chiffres 1. Ces nombres possèdent de nombreuses propriétés qui passionnent les mathématiciens. Cet exercice propose d'en découvrir quelques-unes.

Pour tout entier k strictement positif, on note N_k le rep-unit qui s'écrit avec k chiffres 1.

1) Citer, en justifiant la réponse, deux nombres premiers inférieurs à 10 n'apparaissant jamais dans la décomposition d'un rep-unit en produit de facteurs premiers.
2) À quelle condition sur k, le nombre 3 apparaît-il dans la décomposition en produit de facteurs premiers du rep-unit N_k ?
3) Pour tout entier k strictement positif, on a :

$$N_k = \sum_{i=0}^{i=k-1} 10^i = 1 + 10 + 10^2 + \cdots + 10^{k-1}.$$

Justifier l'égalité : $9N_k = 10^k - 1$.

4) a) Soit k un entier strictement positif, montrer que $10^k \equiv 1 \pmod 7$ si et seulement si k est multiple de 6.
   b) En déduire que 7 divise N_k si et seulement si k est multiple de 6.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

- ◇ sa réponse à la question 4) ;
- ◇ un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Arithmétique** ».

Le candidat présentera au jury :

- ◇ le contenu de ses fiches ;
- ◇ les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

Dossier du 1er juillet 2009

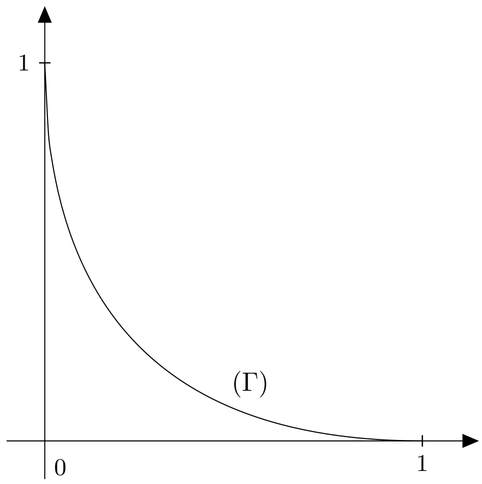
Thème : Fonctions
Étude de représentations graphiques

1. L'exercice proposé au candidat

On considère la fonction f définie sur $[0, 1]$ par :

$$f(x) = x - 2\sqrt{x} + 1.$$

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'origine O, la courbe (Γ) représentative de f est donnée ci-dessous.



1) a) Montrer que le point M de coordonnées (x, y) appartient à (Γ) si et seulement si $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$ et $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$.

b) Montrer que (Γ) est symétrique par rapport à la droite d'équation $y = x$.

2) La courbe (Γ) est-elle un arc de cercle ? Justifier.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse à la question 2) ;

◇ un ou plusieurs exercices faisant appel à l'étude ou à l'utilisation de représentations graphiques de fonctions.

Le candidat présentera au jury :

– le contenu de ses fiches ;

– les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

Dossier du 2 juillet 2009

Thème : Probabilités

1. L'exercice proposé au candidat

Au cours d'une journée, un commercial se déplace pour visiter deux de ses clients afin de leur proposer l'achat d'un produit de grande consommation d'une valeur de 500 €.

Au vu de son expérience, le commercial estime que :

- la probabilité que le premier client visité achète le produit est égal à 0,25 ;
- si le premier client achète le produit, la probabilité que le second client visité achète le produit est égale à 0,4 ;
- si le premier client n'achète pas le produit, la probabilité que le second client visité achète le produit est égale à 0,25 ;

1) On note A l'événement « le premier client achète le produit » et B l'événement « le second client achète le produit ». Calculer la probabilité de l'événement B.
2) Quelle est la probabilité qu'un seul des clients conclue l'achat ?
3) Le commercial perçoit 15% sur le total de sa vente.
   a) Établir la loi de probabilité associée au gain de la journée.
   b) Quelle est l'espérance mathématique du gain ?
4) Quel doit être le pourcentage minimum de sa commission pour que cette espérance dépasse 60 € ?

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse à la question 3) ;

◇ un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Probabilités** ».

Le candidat présentera au jury :

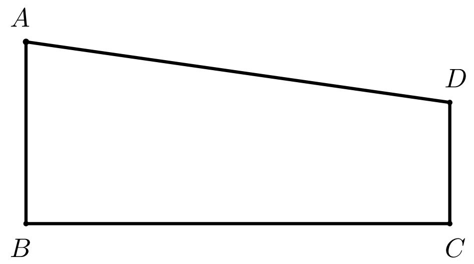
- le contenu de ses fiches ;
- les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

Dossier du 3 juillet 2009

Thème : Géométrie
Problèmes sur les configurations

1. L'exercice proposé au candidat

Dans le plan, on considère le trapèze $ABCD$, de bases $[AB]$ et $[CD]$, rectangle en B. On donne $AB = 3$, $BC = 7$ et $CD = 2$.



1) Justifier l'existence et l'unicité d'un point M de la droite (BC) tel que $AM = DM$. Construire ce point à la règle et au compas.
2) Existe-t-il des points M de la droite (BC) tels que (AM) et (DM) soient perpendiculaires ? Si oui, construire ce ou ces point(s) à la règle et au compas.
3) On note f la fonction qui à tout point M du segment $[BC]$ associe $AM + DM$. Cette fonction admet-elle un minimum ? (*On pourra utiliser une transformation géométrique ou se placer dans un repère.*)

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse à la question 3) ;

◇ un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Problèmes sur les configurations** ».

Le candidat présentera au jury :

– une animation, à l'aide du module de géométrie de la calculatrice, permettant de conjecturer la réponse à la question 3) ;

– le contenu de ses fiches.

Dossier du 4 juillet 2009

Thème : Analyse
Équations différentielles

1. L'exercice proposé au candidat

Dans cet exercice on se propose de rechercher, s'il en existe, des fonctions f dérivables sur $\mathbb{R}$ vérifiant la condition :

$$(C)\ :\ \begin{cases} \text{pour tout réel } x,\ f(-x)f'(x) = 1 \\ f(0) = -4 \end{cases}$$

1) Dans cette question, on suppose qu'il existe une fonction f satisfaisant la condition (C). On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = f(-x)f(x).$$

   a) Démontrer que la fonction g est constante et déterminer sa valeur.

   b) Montrer alors que la fonction f est solution de l'équation différentielle :

$$(E)\ :\ \begin{cases} y' = \dfrac{1}{16}y \\ y(0) = -4 \end{cases}$$

2) En déduire les fonctions f dérivables sur $\mathbb{R}$ vérifiant la condition (C).

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

- ◇ sa solution de la question 2) ;
- ◇ un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Équations différentielles** ».

Le candidat présentera au jury :

- le contenu de ses fiches ;
- les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

Dossier du 5 juillet 2009

Thème : Suites numériques

1. L'exercice proposé au candidat

On considère une suite numérique (u_n) positive et la suite (v_n) définie par $v_n = \dfrac{u_n}{1+u_n}$. Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier dans chaque cas.

1) La suite (v_n) est bornée.
2) Si la suite (u_n) est croissante, alors la suite (v_n) est croissante.
3) Si la suite (u_n) est convergente, alors la suite (v_n) est convergente.
4) Si la suite (v_n) est convergente, alors la suite (u_n) est convergente.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

- ◇ sa réponse aux questions 3) et 4) de l'exercice ;
- ◇ deux exercices sur le thème « **Suites numériques** ».

Le candidat présentera au jury :

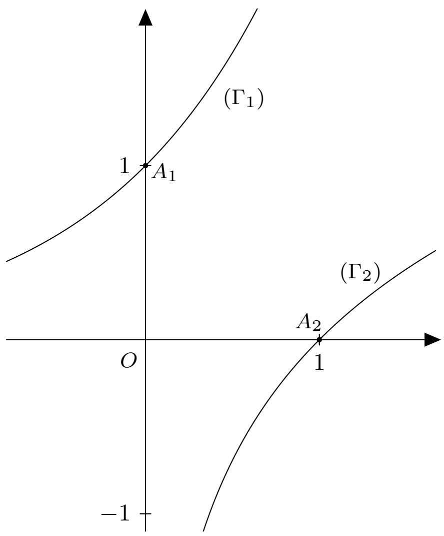
- le contenu de ses fiches ;
- les connaissances et savoir-faire mis en jeu ainsi que les objectifs d'apprentissage visés dans cet exercice.

Dossier du 9 juillet 2009

Thème : Fonctions usuelles

1. L'exercice proposé au candidat

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'origine O, on note respectivement (Γ_1) et (Γ_2) les courbes représentatives des fonctions exponentielle et logarithme népérien. Soit A_1 le point de (Γ_1) d'abscisse 0 et A_2 le point de (Γ_2) d'abscisse 1.



1) a) Donner une équation de la tangente (Δ_1) à la courbe (Γ_1) au point A_1 et une équation de la tangente (Δ_2) à la courbe (Γ_2) au point A_2.
   b) Montrer que les droites (Δ_1) et (Δ_2) sont parallèles et calculer la distance de (Δ_1) à (Δ_2).

2) a) Déterminer la position relative de (Γ_1) par rapport à (Δ_1) et la position relative de (Γ_2) par rapport à (Δ_2).
   b) Lorsque le point M_1 parcourt la courbe (Γ_1) et lorsque le point M_2 parcourt la courbe (Γ_2), quelle est la valeur minimale de la distance M_1M_2 ?

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse à la question 2) ;

◇ un ou plusieurs exercices dans lesquels interviennent des représentations graphiques de fonctions usuelles.

Le candidat présentera au jury :

– le contenu de ses fiches ;

– les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

Dossier du 10 juillet 2009

Thème : Probabilités

1. L'exercice proposé au candidat

Un quincaillier achète des ampoules à trois fournisseurs dans les proportions suivantes : 20% au premier fournisseur, 50% au deuxième fournisseur et 30% au troisième fournisseur.

Le premier fournisseur fabrique 97% d'ampoules sans défaut, le deuxième fournisseur fabrique 98% d'ampoules sans défaut, le troisième fournisseur fabrique 95% d'ampoules sans défaut.

1) On choisit une ampoule au hasard dans le stock. On note D l'événement « l'ampoule est défectueuse », F_1 l'événement « l'ampoule vient du premier fournisseur », F_2 l'événement « l'ampoule vient du deuxième fournisseur » et F_3 l'événement « l'ampoule vient du troisième fournisseur ».
   Calculer la probabilité de l'événement D, notée $P(D)$.
2) On admet que la probabilité qu'une ampoule soit sans défaut est de 0,969. On monte 12 ampoules sur un lustre. Calculer la probabilité qu'une ampoule au plus soit défectueuse.
3) La durée de vie d'une ampoule, notée T, suit une loi de durée de vie sans vieillissement (ou loi exponentielle) de paramètre $\lambda = 2 \cdot 10^{-5}$. Selon cette loi, pour tout $x \in [0, +\infty[$ on a $P(T \leqslant x) = \displaystyle\int_0^x \lambda e^{-\lambda t}\,\mathrm{d}t$.
   Quelle est la probabilité qu'une ampoule dure plus de 50 000 heures sachant qu'elle a déjà duré 25 000 heures ?

2. Le travail demandé au candidat

> En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
> Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse à la question 3) ;

◇ un ou plusieurs exercices sur le thème « **Probabilités** » dont un au moins se rapportant aux probabilités conditionnelles.

Le candidat présentera au jury :

- le contenu de ses fiches ;
- les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

Dossier du 11 juillet 2009

Thème : Arithmétique

1. L'exercice proposé au candidat

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou si elle est fausse, **en justifiant le choix effectué**.

1) Si un entier est divisible par 4, alors il est divisible par 8.
2) Si un entier est divisible par 4 et par 5, alors il est divisible par 20.
3) Si un entier est divisible par 4 et par 6, alors il est divisible par 24.
4) Si deux entiers naturels a et b ($a > b$) sont premiers entre eux, alors le PGCD de $a + b$ et $a - b$ est égal à 1 ou à 2.
5) Si deux entiers naturels a et b sont premiers entre eux, alors les entiers a^2 et b^2 sont premiers entre eux.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

- ◇ sa réponse à la question 4) ;
- ◇ un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Arithmétique** » dont un au moins faisant appel à la notion de congruence.

Le candidat présentera au jury :

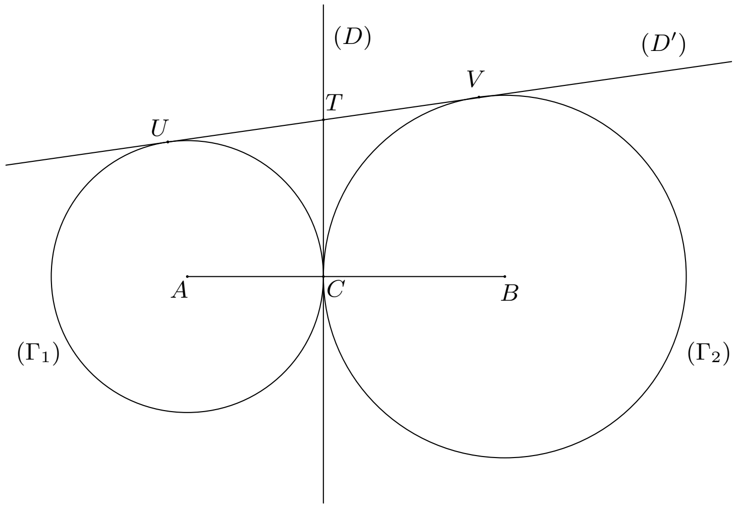
- le contenu de ses fiches ;
- les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

Dossier du 12 juillet 2009

Thème : Problèmes sur les configurations

1. L'exercice proposé au candidat

On considère deux cercles (Γ_1) et (Γ_2) de centres respectifs A et B et tangents extérieurement en C. La droite (D) est la tangente commune à (Γ_1) et (Γ_2) en C et la droite (D') est tangente à (Γ_1) en U $(U \neq C)$ et à (Γ_2) en V. Les deux droites (D) et (D') se coupent en T.



1) Montrer que le triangle UCV est rectangle en C.
2) Montrer que le triangle ATB est rectangle en T.
3) On donne deux cercles tangents extérieurement en un point C. En vous aidant des questions précédentes, donner une construction à la règle et au compas d'une droite tangente à ces deux cercles et ne passant pas par C.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse à la question 3) ;

◇ un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Problèmes sur les configurations** » dont l'un au moins utilisera le module de géométrie dynamique de la calculatrice.

Le candidat présentera au jury :

– le contenu de ses fiches ;
– les méthodes et les savoirs mis en jeu dans la résolution de l'exercice.

Dossier du 13 juillet 2009

Thème : Éude de suites

1. L'exercice proposé au candidat

Soit $(u_n)_{n\geqslant 1}$ la suite définie par :

$$u_n = \prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k}{n^2}\right) = \left(1+\frac{1}{n^2}\right)\times\left(1+\frac{2}{n^2}\right)\times\cdots\times\left(1+\frac{n}{n^2}\right).$$

On pose, pour tout entier $n \geqslant 1$: $v_n = \ln(u_n)$.

1) Montrer que, pour tout réel $x \geqslant 0$, on a :

$$x - \frac{x^2}{2} \leqslant \ln(1+x) \leqslant x\,.$$

2) Montrer que, pour tout entier $n \geqslant 1$, on a :

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 \leqslant n^3\,.$$

3) En déduire que la suite $(v_n)_{n\geqslant 1}$ converge.
4) Est-ce que la suite $(u_n)_{n\geqslant 1}$ est convergente ?

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse à la question 3) ;
◇ un ou plusieurs exercices sur les suites dont un au moins fera intervenir une illustration graphique.

Le candidat présentera au jury :

– le contenu de ses fiches ;
– les méthodes et les savoirs mis en jeu ainsi que les objectifs d'apprentissage visés dans cet exercice.

Dossier du 14 juillet 2009

Thème : Nombres complexes

1. L'exercice proposé au candidat

On considère l'application f qui à tout nombre complexe z associe le nombre complexe $f(z)$ défini par :

$$f(z) = \mathrm{e}^y\big(\cos(\pi x) + i\sin(\pi x)\big).$$

où x et y désignent respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de z.

1) Placer dans le plan muni d'un repère orthonormal les points d'affixes $f(i)$, $f(1+i)$ et $f(1-i)$.
2) Démontrer que pour tout couple $(z, z') \in \mathbb{C}^2$ et pour tout entier $n \in \mathbb{Z}$, on a
$$f(z+z') = f(z)f(z') \quad \text{et} \quad f(nz) = \big(f(z)\big)^n.$$
3) Démontrer que, pour tout nombre complexe z, le nombre complexe $f(z)$ est non nul puis déterminer le module et un argument de $f(z)$.
4) Construire l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M du plan dont l'affixe $z = x + iy$ vérifie les conditions $|x| \leqslant 1$ et $|y| = 1$. Déterminer et construire l'ensemble des points d'affixe $f(z)$ quand le point M d'affixe z parcourt l'ensemble $\mathcal{E}$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

- ◇ sa réponse à la question 4) ;
- ◇ un ou plusieurs exercices sur le thème « **Nombres complexes** ».

Le candidat présentera au jury :

- le contenu de ses fiches ;
- les méthodes et les savoirs mis en jeu ainsi que les objectifs d'apprentissage visés dans cet exercice.

Dossier du 15 juillet 2009

Thème : Intégration

1. L'exercice proposé au candidat

On considère la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \sqrt{x}\,\mathrm{e}^{1-x}.$$

1) Donner le tableau de variation de f et tracer l'allure de sa représentation graphique dans un repère orthonormal.
2) On considère la fonction F définie sur $[1, +\infty[$ par :

$$F(x) = \int_1^x f(t)\,\mathrm{d}t.$$

   a) Démontrer que pour tout réel t positif, on a : $2\sqrt{2}\sqrt{t} \leqslant t + 2$.
   b) En déduire que pour tout réel x appartenant à $[1, +\infty[$ on a :

$$0 \leqslant F(x) \leqslant \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(4 - (x+3)\,\mathrm{e}^{1-x}\right).$$

   c) En déduire que pour tout réel x appartenant à $[1, +\infty[$ on a : $0 \leqslant F(x) \leqslant \sqrt{2}$.
3) La fonction F admet-elle une limite en $+\infty$?

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse à la question 2)b) ;

◇ un ou plusieurs exercices sur le thème « **Intégration** ».

Le candidat présentera au jury :

– le contenu de ses fiches ;

– les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

Dossier du 16 juillet 2009

Thème : Différents types de raisonnement

1. L'exercice proposé au candidat

Les propositions suivantes sont indépendantes. Pour chacune d'elles, préciser si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

1) Pour tout entier naturel n, l'entier $n^2 + n + 41$ est un nombre premier.
2) Pour tout entier n, le nombre $n(n+1)(2n+1)$ est divisible par 3.
3) Toute suite strictement croissante tend vers $+\infty$.
4) Le nombre $\sqrt{2}$ est rationnel.
5) Les deux bouts d'une corde non élastique de 101 mètres sont fixés au sol au moyen de deux piquets distants de 100 mètres. On tend la corde en la tirant verticalement par son milieu aussi haut que possible. Une personne mesurant 1,68 m peut alors passer sous la corde sans se baisser.

.

2. Le travail demandé au candidat

> En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
> Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse à la question concernant les propositions 2) et 4) ;

◇ plusieurs exercices mettant en jeu différents types de raisonnement dont un au moins ne fait pas appel à la géométrie.

Le candidat présentera au jury :

– le contenu de ses fiches ;
– l'énoncé détaillé d'un exercice permettant de traiter le cas de la proposition 4) ;
– les différents types de raisonnement mis en œuvre dans l'exercice.

Dossier du 17 juillet 2009

Thème : Géométrie dans l'espace

1. L'exercice proposé au candidat

L'espace est rapporté à une repère orthonormal d'origine O.
On considère les points A, B, C et S de coordonnées respectives :

$$A(-1,0,1) \qquad B(1,4,-1) \qquad C(3,-4,-3) \qquad S(4,0,4).$$

1) Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle en A.
2) a) Démontrer que O est le barycentre des points A, B et C affectés de coefficients que l'on déterminera.
   b) En déduire que O est situé à l'intérieur du triangle ABC.
3) a) Montrer que le vecteur $\overrightarrow{SO}$ est orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   b) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).
4) Calculer le volume du tétraèdre $SABC$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

- ◇ sa solution de la question 2) ;
- ◇ deux exercices se rapportant au thème « **Géométrie dans l'espace** » dont un au moins fait appel à la notion de barycentre.

Le candidat présentera au jury :

- le contenu de ses fiches ;
- les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.